

令和6(2024)年度入学者選抜個別(第2次)学力検査問題

数 学

(歯学科・保健衛生学科検査技術学専攻)

注 意 事 項

- 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- 問題冊子は、全部で7ページあります。
- 解答用紙は、問題冊子と別に印刷されているので、誤らないように注意しなさい。
- 解答用紙には、必ず解答の過程と結果を記入しなさい。
- 解答は、必ず解答用紙の点線より左に記入しなさい。
- 下書きは、問題冊子の余白を使用しなさい。ただし、切り離してはいけません。
- 各解答用紙には、受験番号欄が2か所ずつあります。それぞれ記入を忘れないこと。
- 解答用紙は、記入の有無にかかわらず、机上に置き、持ち帰ってはいけません。この冊子は持ち帰りなさい。
- 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出なさい。

下　書　用　紙　(切り取ってはいけない)

1

n を 2 以上の自然数とする。自然数の組 (a_1, a_2, \dots, a_n) を解とする方程式

$$(*) \quad a_1 + a_2 + \cdots + a_n = a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_n$$

を考えるとき、以下の各問いに答えよ。

(1) $n = 2$ のとき、 $(*)$ の解 (a_1, a_2) をすべて求めよ。

(2) $n = 3$ のとき、 $(*)$ の解 (a_1, a_2, a_3) のうち、 $a_1 \leq a_2 \leq a_3$ を満たすものをすべて求めよ。

(3) $(*)$ の解 (a_1, a_2, \dots, a_n) が $a_1 \leq a_2 \leq \cdots \leq a_n$ を満たすとき、

$$a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_{n-1} \leq n$$

となることを示せ。

(4) $n \geq 3$ のとき、 $(*)$ の任意の解 (a_1, a_2, \dots, a_n) において、 $a_i = 1$ となる i が少なくとも 1 つ存在することを示せ。

2 xyz 空間において、点 A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(-1, 0, 0), D(0, 0, 1) をとり、線分 CD の中点を M とする。さらに、N を線分 BD 上の点とする。また、 z 軸と平行でない直線上の異なる 2 点 P(x , y , z), Q(x' , y' , z') に対して、

$$\frac{z' - z}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}}$$

をベクトル \overrightarrow{PQ} の勾配と呼ぶ。 \overrightarrow{AN} の勾配を t_1 , \overrightarrow{NM} の勾配を t_2 とするとき、以下の各問いに答えよ。

- (1) $t_2 = 0$ となるように N をとったとき、 t_1 の値を求めよ。
- (2) $l = |\overrightarrow{AN}| + |\overrightarrow{NM}|$ とし、 l が最小となるように N をとったとき、 l の値を求めよ。
- (3) $0 \leq t_2 \leq t_1$ となるように N をとったとき、N の y 座標を s とする。 s がとり得る値の範囲を求めよ。

3

$f(x)$ を連続関数とするとき、次の各問いに答えよ。

(1) 関数 $y = \tan \frac{x}{2}$ の導関数 $\frac{dy}{dx}$ を $\cos x$ を用いて表せ。

(2) 次の等式を示せ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin 2x) \sin x \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin 2x) \cos x \, dx$$

(3) 次の等式を示せ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin 2x)(\sin x + \cos x) \, dx = \int_{-1}^1 f(1 - t^2) \, dt$$

(4) 次の定積分の値を求めよ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + \sqrt{\sin 2x}} \, dx$$

下　書　用　紙　(切り取ってはいけない)

下　書　用　紙　(切り取ってはいけない)

下　書　用　紙　(切り取ってはいけない)

