令和６(2024)年度入学者選抜個別(第２次)学力検査問題

数　　学

（医　学　科）

注　意　事　項

1. 監督者の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は，全部で７ページあります。
3. 解答用紙は，問題冊子と別に印刷されているので，誤らないように注意しなさい。
4. 解答用紙には，必ず解答の過程と結果を記入しなさい。
5. 解答は，必ず解答用紙の点線より左に記入しなさい。
6. 下書は，問題冊子の余白を使用しなさい。ただし，切り離してはいけません。
7. 各解答用紙には，受験番号欄が２か所ずつあります。それぞれ記入を忘れないこと。
8. 解答用紙は，記入の有無にかかわらず，机上に置き，持ち帰ってはいけません。この冊子は持ち帰りなさい。
9. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出なさい。

下　書　用　紙　（切り取ってはいけない）

1 n を 2 以上の自然数とする。自然数の組 $(a_1, a_2, \cdots, a_n)$ を解とする方程式

$$(*) \quad a_1 + a_2 + \cdots + a_n = a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_n$$

を考えるとき，以下の各問いに答えよ。

(1) $n = 3$ のとき，$(*)$ の解 (a_1, a_2, a_3) のうち，$a_1 \leqq a_2 \leqq a_3$ を満たすものをすべて求めよ。

(2) $n \geqq 3$ のとき，$(*)$ の任意の解 $(a_1, a_2, \cdots, a_n)$ において，$a_i = 1$ となる i が少なくとも 1 つ存在することを示せ。

(3) $(*)$ のある解 $(a_1, a_2, \cdots, a_n)$ において，$a_i = 1$ となる i がちょうど 2 個存在しているとする。このとき，n の取り得る値をすべて求めよ。

2 xyz 空間において，点 A$(1, 0, 0)$，B$(0, 1, 0)$，C$(-1, 0, 0)$，D$(0, 0, 1)$ をとり，線分 CD の中点を M とする。さらに，N を線分 BD 上の点とする。また，z 軸と平行でない直線上の異なる 2 点 P(x, y, z)，Q(x', y', z') に対して，

$$\frac{z' - z}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}}$$

をベクトル $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ の勾配と呼ぶ。$\overrightarrow{\mathrm{AN}}$ の勾配を t_1，$\overrightarrow{\mathrm{NM}}$ の勾配を t_2 とするとき，以下の各問いに答えよ。

(1) $t_2 = 0$ となるように N をとったとき，t_1 の値を求めよ。

(2) $l = |\overrightarrow{\mathrm{AN}}| + |\overrightarrow{\mathrm{NM}}|$ とし，l が最小となるように N をとったとき，l の値を求めよ。

(3) $0 \leqq t_2 \leqq t_1$ となるように N をとったとき，N の y 座標を s とする。s がとり得る値の範囲を求めよ。

3 $f(x)$を連続関数とするとき，次の各問いに答えよ。

(1) 次の等式を示せ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin 2x)\sin x\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin 2x)\cos x\,dx$$

(2) 次の等式を示せ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin 2x)(\sin x + \cos x)\,dx = \int_{-1}^{1} f(1-t^2)\,dt$$

(3) 次の定積分の値を求めよ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+\sqrt{\sin 2x}}\,dx$$

下　書　用　紙　（切り取ってはいけない）

下　書　用　紙　（切り取ってはいけない）

下　書　用　紙　（切り取ってはいけない）