

最終課題 残り2回分の授業時間を使って、次のような実習をしてもらいます。

- 次ページ以降に示す課題リストから各自1題選択してください。
ただし各課題の定員は4名です。希望者が多い課題はジャンケンなどで決めてもらいます。
- 同じ課題を選んだ人の中でグループを作って、グループで作業しても構いません。
その際は、グループ内でうまく作業を分担して、良いプログラムを作成してください。
- 解法やアルゴリズムの指定はありません。書籍やウェブで調べたり、他人に相談したりして、解法を考えてください。
- 実習が終わったら、各個人でレポートを作成、提出してください。
 - 提出期限は1月31日(火)です。
 - 以下の「最終課題提出方法」に従って、Blackboardの「数学実習2011」コースの「A組最終課題」へ提出してください。
- 授業最終回の前日までに、第4回までの課題にすべて合格し、第5回の課題も提出して、かつ、この最終課題のプログラム作成と実行結果取得が完了していたら、最終回の出席を免除します。これらの条件に当てはまらない方は、次回も出席して課題を片付けてもらいます。
- 課題の合否の確認のために、少なくとも2月中旬頃までは、定期的にBlackboardをチェックしてください。
- 最後に、学期末にBlackboard上に置かれる授業アンケートにご協力ください。

最終課題提出方法

1. 答案本文欄に以下の項目を書いてください。
学籍番号、氏名、提出日、課題の番号とタイトル、授業の感想
2. レポート本体を、Microsoft WordやOpenOffice.org Writerなどのワープロソフトを使って清書して、答案に添付してください。数式を書く必要があるときはできるだけ数式エディタなどを利用してください。
レポートには(少なくとも)以下の項目について書いてください。
 - 表紙にレポートのタイトル、学籍番号、氏名、提出日
 - 課題の番号とタイトル(表紙でも本文冒頭でも)
 - グループ作業した場合は、グループのメンバー一覧と役割分担、各メンバーの貢献度(%) (各自の独断でよい)
 - プログラムの概要説明(文章で、処理手順など、作者の意図が伝わるように)
 - (プログラムのリストそのものは無くても構わない)
 - プログラムの実行例(あれば入出力ファイルも含む)
 - 作成プログラムや実行結果に対する考察など(あれば)
 - プログラム作成にあたって工夫した点・苦労した点(あれば)
 - 参考文献のリスト
書籍(著者名、書名、出版社、出版年)、雑誌記事(著者名、題目、掲載誌名、発行年、巻号頁)、
ウェブページ(著作者名、ページタイトル、URL <http://~>) など
3. 提出物や記載内容に不足がある場合、不合格になることがあります。

6-A. 組み合わせの列挙

任意の 2 個の自然数 n と k に対して, 1 から n までの自然数の集合から, 異なる k 個を選び出す組み合わせを (組み合わせの数ではなく!), 重複なくすべて列挙するプログラムを作成してください。

6-B. 順列の列挙

任意の 2 個の自然数 n と k に対して, 1 から n までの自然数の集合から, 異なる k 個を選び出して, 重複なく並べる順列を (順列の数ではなく!), 重複なくすべて列挙するプログラムを作成してください。

6-C. 詰め合わせの列挙

任意の 2 個の自然数 n と k に対して, 1 から n までの自然数の集合から, 足して k になる, 異なる数の組を (組の数ではなく!), 重複なくすべて列挙するプログラムを作成してください。

6-D. 分割の列挙

任意の 2 個の自然数 n と k に対して, 1 から n までの自然数の集合を, 1 から k までの箱に漏れなく分ける分け方を (分け方の数ではなく!), 重複なくすべて列挙するプログラムを作成してください。

6-E. 碁石の並べ方

任意の 2 個の自然数 n と k に対して, k 個の黒石 \bullet と $(n - k)$ 個の白石 \circ を一列に並べる並べ方を, 重複なくすべて列挙するプログラムを作成してください。

6-F. リーグ戦スケジュール

任意の 1 個の自然数 n に対して, n チームが参加するリーグ戦 (野球でもサッカーでも何でも) の全試合スケジュールを生成して表示するプログラムを作成してください。

6-G. あみだくじ

任意の 1 個の自然数 n に対して, n 本のあみだくじを表示するプログラムを作成してください。描画は文字ベース, つまりコマンドプロンプト画面にうまく表示できれば十分です。くじのサイズ (マス目の数など) は自由に設定してください。ただし, プログラムを実行するたびに, 異なるくじがランダムに生成されるようにしてください。ついでに, 当たりくじを 1 本決めて, どれを引いたら当たりかを表示させてください。

6-H. 一筆書き

有限個の線分を組み合わせで描かれた図形が一筆書き可能かどうかを判定し, 可能ならその経路を表示するプログラムを作成してください。図形のデータをどのように与えるかや, 結果をどのように表示するかは, 適当にうまく考えてください。おそらく, 線分や点の座標は必要なく, どの線分がどの点とどの点をつないでいるかを表すデータがあれば, 十分だと思います。

6-I. 最短路問題

有限の長さを持つ線分の有限個の組み合わせで描かれた図形について, 任意に選ばれた 2 個の頂点の間の最短経路を探索して表示するプログラムを作成してください。図形のデータをどのように与えるかや, 結果をどのように表示するかは, 適当にうまく考えてください。おそらく, 線分や点の座標は必要なく, どの線分がどんな長さでどの点とどの点をつないでいるか, を表すデータがあれば十分だと思います。

6-J. 凸包

2 次元 (x, y) -平面上に分布する n 個の点 $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$ に対して, これらをすべて取り囲む最小の凸多角形 (凸包という) を求めて, その頂点座標を反時計回りに順に出力するプログラムを作成してください。

6-K. 曲順シャフリング

いくつか (任意個) の文字列を与えて, それらをランダムに並べ替えて, コマンドプロンプト画面に表示するプログラムを作成してください。文字列はプログラム中に記述しても, ファイルから読み込んでも構いません。当然ですが, 実行するたびに順序がランダムに変わるものでないといけません。また, 順序を入れ替えるだけなので, 表示に重複や不足があってははいけません。(とりあえず番号を並べ替えて表示するだけでも構いません)

6-P. 直線回帰と二次回帰

変量 X と Y の間に $Y = f(X)$ などの関数関係が想定されるとき、統計データから関数 f のパラメータを推定することを、回帰分析といいます。特に、統計データ $\{(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\}$ が与えられたとき、残差平方和

$$S = \sum_{i=0}^n (y_i - f(x_i))^2$$

が最小にするように、関数 f のパラメータを決定する方法を最小二乗法といいます。関数 f が一次関数

$$f(x) = a_0x + a_1$$

および二次関数

$$f(x) = b_0x^2 + b_1x + b_2$$

を仮定して、それぞれについて最小二乗法を用いて、パラメータ a_0, a_1, b_0, b_1, b_2 を計算するプログラムを作成してください。

6-Q. 境界値問題

微分方程式の境界値問題

$$y''(x) = f(y(x)), \quad 0 < x < 1, \quad y(0) = y(1) = 0,$$

の解を数値的に求める方法の一つとして、射的法 (shooting method) があります。自然数 n を与えて、区間 $[0, 1]$ を n 等分し、 y_k を $y(k/n)$ の近似値として、漸化式

$$\begin{cases} y_0 = 0, & y_1 = z, \\ y_{k+1} = 2y_k - y_{k-1} + \frac{1}{n^2} f(y_k), & k = 1, 2, \dots, n-1, \end{cases}$$

の解のうち $y_n = 0$ を満たすものを、上の問題の近似解として求める方法です。そのためには、未知パラメータ z を正の範囲で動かして、 y_n が正から負に変わる境目の z の値を二分法で探します。

正の実数 a を適当に定めて、

$$f(y) = ay(1-y)$$

の場合の近似解 $y_k, k = 0, 1, \dots, n$ を、誤差 10^{-6} の範囲で求めるプログラムを作成してください。

自然数 n は適当に決めてください (2 のべき乗にすると $1/n$ に誤差が生じないので無難です)。

実数 a の値は、とりあえず 20 にしてみてください。 ($a < \pi^2$ では z が決まらないはずです。)

余裕があれば、 $a = 10, 20, 40, 80, \dots$ といくつかの値に対して、Excel あるいは PlotWin などグラフツールを使って (k, y_k) のグラフをプロットしてみてください。

6-R. 連立微分方程式の周期解

個体群動態に関する Lotka-Volterra モデル

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = au - buv \\ \frac{dv}{dt} = cuv - dv \end{cases}$$

の解は必ず周期変動します。パラメータ a, b, c, d と初期値 $(u(0), v(0))$ を正の実数で任意に与えて、この解の周期 (つまり $u(T) = u(0)$ かつ $v(T) = v(0)$ となる $T > 0$) の近似値を求めるプログラムを作成してください。

例えば、 $dy/dt = f(t, y), y(0) = y_0$ の解 $y(t)$ に対して、 $h > 0$ を刻み幅、 $t_n = nh$ としたとき、漸化式

$$\frac{y_{n+1} - y_n}{h} = f(t_n, y_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

で $y(t_n)$ の近似値 y_n が順に求められます (差分法)。連立方程式の場合は漸化式を連立して同時に解く必要があります。また、より精度の高い解法として Runge-Kutta 法などもありますが、必要があれば各自で調べてください。たぶん、 h を非常に小さく (10^{-4} とか 10^{-6} とか) すれば、なんとかなります。