統計（医療統計）
第12回　適合度検定と独立性の検定

授業担当：徳永伸一

東京医科歯科大学教養部　数学講座

あらためて第14章 検定　の内容

Ⅰ．検定
Ⅱ．母平均の検定
Ⅲ．母分散の検定　・・・割愛しました
Ⅳ．平均値の差の検定
Ⅴ．等分散の検定　・・・前回ここから
Ⅵ．比率の検定　・・・前回ここまで
Ⅶ．適合度の検定
Ⅷ．独立性の検定

[復習] 第14章 Ⅳ．平均値の差の検定

「分散が未知だが等しいことは既知」のケースに関する注意

- 等分散の仮定は本質的.
- 分散が等しい場合について学習したが，そういうケースはたくさんあるのだろうか?
- 例題6でも「男女の分散が等しい」と仮定しているが，そういった仮定はそもそも妥当なのか?
- 分散がほぼ同じであると予想できるが確信が持てない場合というのも多々あるだろう.

→だったら「2つの母集団の分散が等しい」という仮説を検定すればよい！

→(「3−母分散は未知で異なるとき」を飛ばして)

「Ⅴ. 等分散の検定」へ.

[復習] 第14章 V. 等分散の検定（その1）

以下の定理を用いる:

定理（教科書p.100）

分散の等しい2つの正規母集団

$$N(\mu_1, \sigma^2), N(\mu_2, \sigma^2)$$

からそれぞれ独立に大きさ n_1, n_2 の標本を無作為抽出し, その不偏分散をそれぞれ U_1^2, U_2^2 とする.

そのとき $F := U_1^2 / U_2^2$ は,

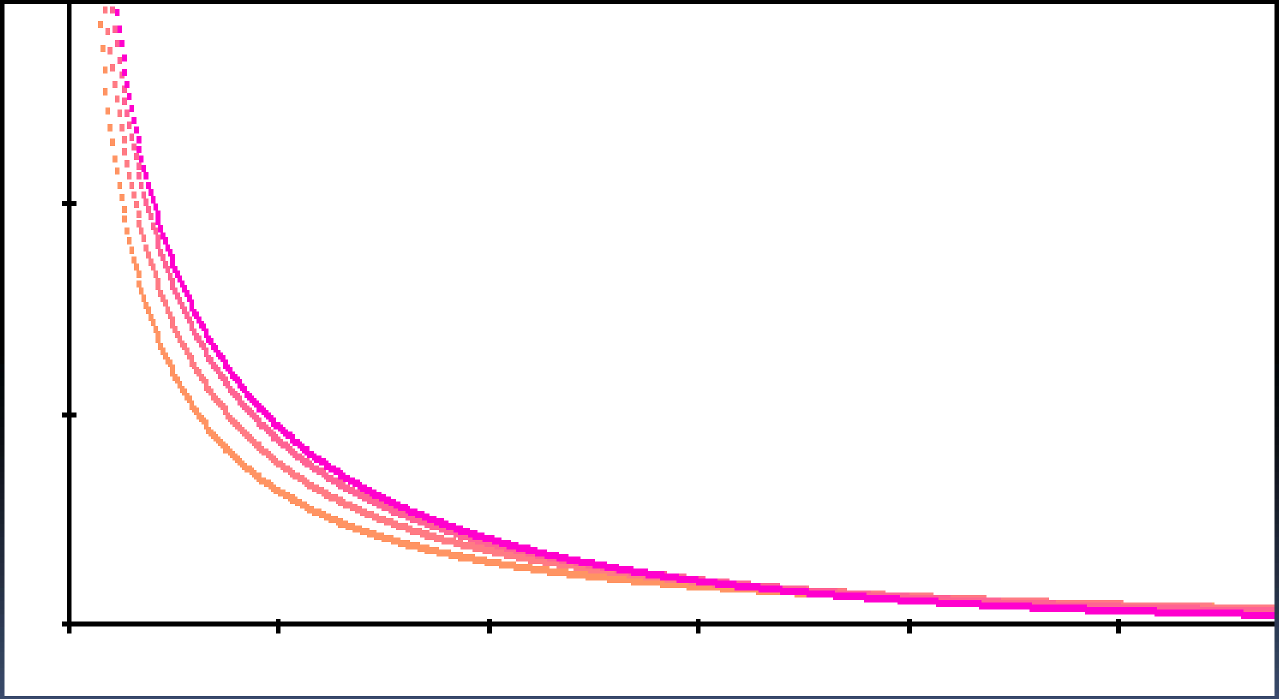
自由度対 (n_1-1, n_2-1) のF分布（と呼ばれる分布）に従う.

[復習] 第14章V. 等分散の検定（その2）

（グラフは明星大学船津好明先生のWebsiteより転載しています）

F分布の密度関数（１）

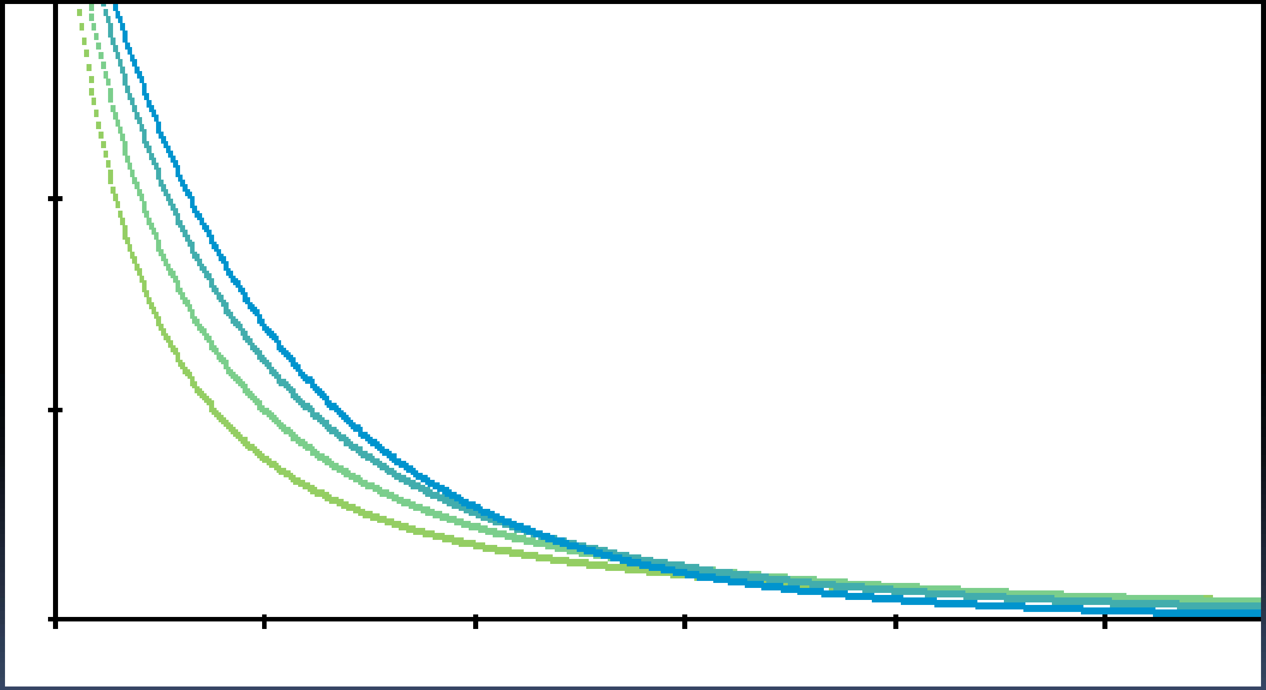
自由度対（1, 1） （1, 2） （1, 5） （1, 20）



[復習] 第14章Ⅴ．　等分散の検定（その3）

F分布の密度関数（2）

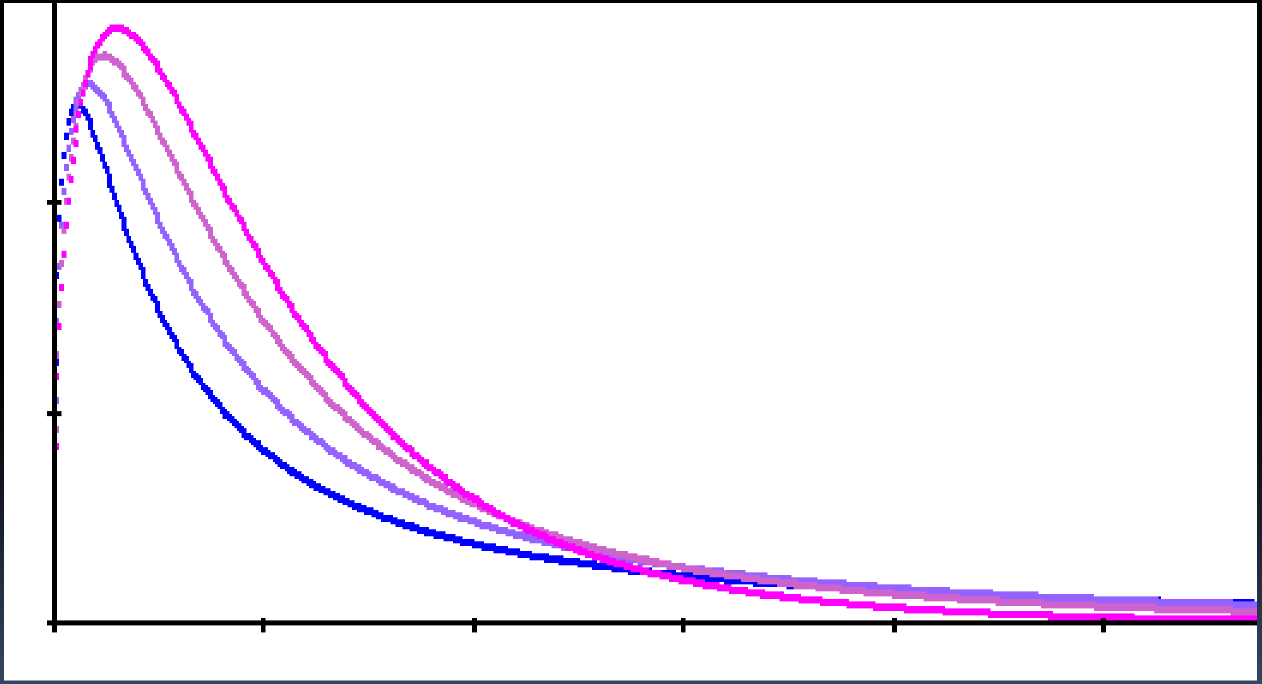
自由度対（2, 1）（2, 2）（2, 5）（2, 20）



[復習] 第14章Ⅴ．　等分散の検定（その4）

F分布の密度関数（3）

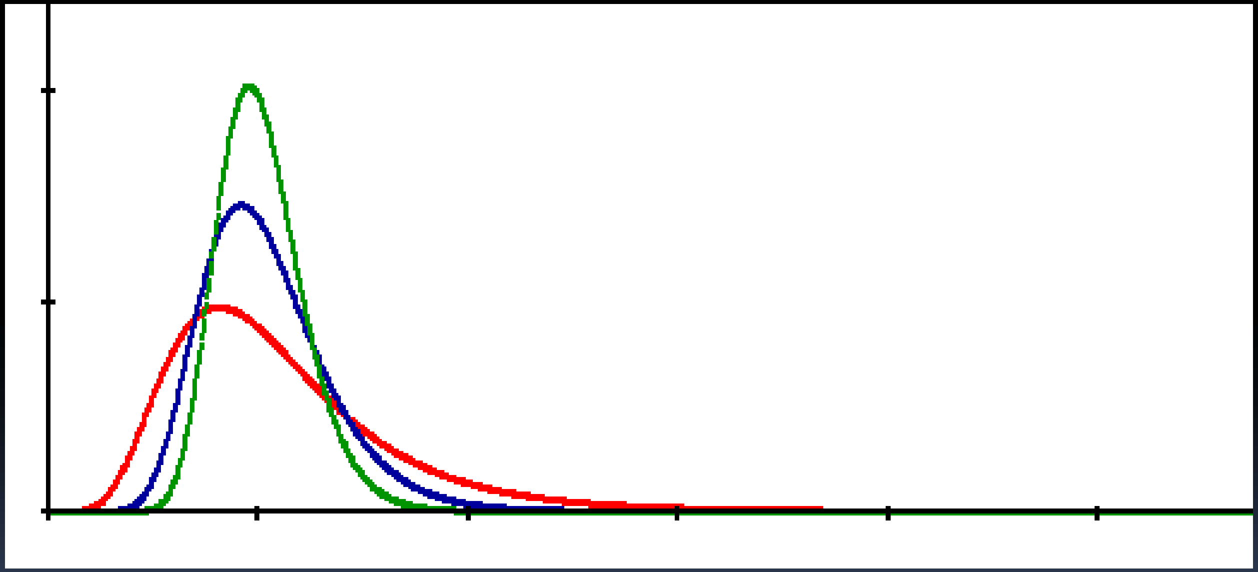
自由度対（3, 1）　（3, 2）　（3, 5）　（3, 20）



[復習] 第14章Ⅴ.　等分散の検定（その5）

F分布の密度関数（4）

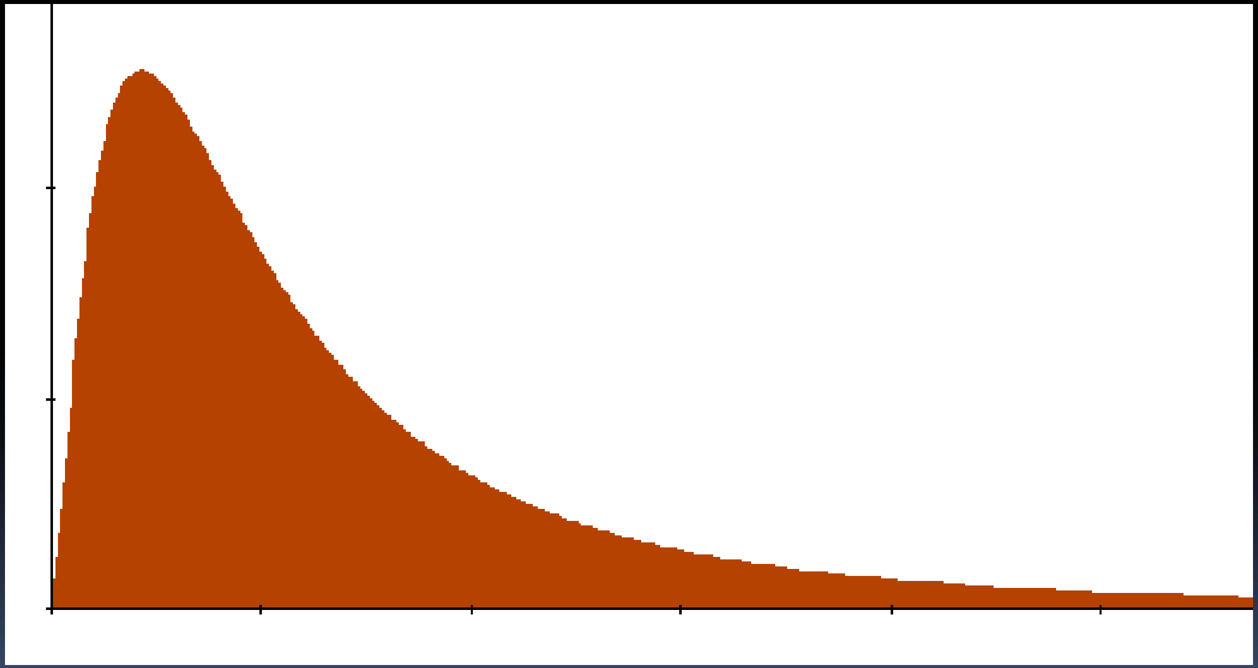
自由度対（20,20）（50, 50）（100, 100）



［復習］第14章Ⅴ．　等分散の検定（その6）

F分布の密度関数（5）

自由度対（5, 5）



[復習] 第14章V. 等分散の検定（その7）

- 定理を利用して

  帰無仮説H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, 対立仮説H_1: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

  として有意水準αで**両側**検定.

（以下標本サイズ n_1, n_2, 対応する不偏分散 U_1^2, U_2^2 とする）

- 棄却域は分布の両側に存在するが，定理より，

  ① U_1^2/U_2^2 は自由度対(n_1-1, n_2-1)のF分布に従う.

  ② U_2^2/U_1^2 は自由度対(n_2-1, n_1-1)のF分布に従う.

  →よって①② のうち**[実現値]＞1となる方を検定統計量とする**ことにしておけば，右側（上側）の棄却域のみ調べれば済む！

  - 自由度対(k, l)のF分布の上側100α%点$f_l^k(\alpha)$は巻末の付表5・6で与えられている(ただしα＝0.05, 0.025の場合のみ).

- (U_1^2の実現値)＞(U_2^2の実現値)のとき，$F = U_1^2/U_2^2$ とおき，

  ① $\boxed{F \geq f_{n_2-1}^{n_1-1}(\alpha/2)}$ なら H_0 を棄却.

  ② $\boxed{F < f_{n_2-1}^{n_1-1}(\alpha/2)}$ なら H_0 を採択(棄却しない).

[復習] 【重要】教科書pp.122 -123例題８（訂正あり）

卒業試験における上位グループと下位グループの点数のバラツキに差異があるかどうか(母分散に差があるかどうか)を検定する問題。

- 上位8人の不偏分散 $U_1^2 = 28.6$
- 下位5人の不偏分散 $U_2^2 = 49.7$

★正規母集団は仮定されているとする(14章全体で仮定されている).

$U_1^2 < U_2^2$ なので，$F = U_2^2 / U_1^2$ を検定統計量として等分散の検定(帰無仮説H_0：両グループの母分散は等しい)を行う

[例題8]解答

誤「これが自由度(7,4)のF分布に従う」←第5刷でも直ってない！

正「これが自由度対(4,7)のF分布に従う」

（右側の図14-11の説明も同様）

★以降は合ってます(表現にはやや難がありますが)：

$$f_7^4(0.05/2) = f_7^4(0.025) = 5.52$$

$$[\text{Fの実現値}] = 49.7/28.6 = 1.73 < 5.52$$

より，H_0は棄却されず，バラツキに差異があるとは言えない.

（★「差異はないと結論づけられる」はちょっと言いすぎ）

[復習] 第14章V. 等分散の検定(その8)

<u>例題6の場合</u>

	人数	平均値	不偏分散
男	20	74	3.4
女	17	65	3.8

F_0＝3.8 / 3.4 ＝ 1.12

有意水準α＝0.05で等分散の検定を行なうと:

$F_{19}^{16}(0.05/2) = F_{19}^{16}(0.025) > F_{20}^{16}(0.025) = 2.51$

(↑単調性より)

∴$1.12 < 2.51 < F_{19}^{16}(0.025)$

よりH_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$は棄却できない.

よって母分散が異なるとは言えないので一応両母分散は等しいと見なすことができ,「分散が未知だが等しいことは既知」の場合の平均値の差の検定を行うことができる.

[復習] 等分散の検定に関する補足

- 正規母集団の仮定はここでも必要！
- 一般に自由度対（k, l）のF分布の上側100α%点 $f_l^k(\alpha)$ について， $f_l^k(1-\alpha) = 1/f_k^l(\alpha)$ が成り立つので，左側の棄却域を調べることも可能（だが計算の手間が増えるだけなので普通はやらない）．
- 「母分散が未知だが等しい場合の平均値の差の検定」の前段階として行う場合，通常の検定問題と違い，帰無仮説（＝「等分散仮説」）H_0が棄却されないことを期待している．
  - 検定問題としては例外的なケース！
- 【再確認】仮説検定においては一般に， H_0が棄却されなかったからといってH_0の正しさが保証されるわけではない！
  - あくまで「否定できなかった」だけ．
- H_0が棄却される場合は，他の方法を用いなければならない．

→Ⅳ．「3-母分散が未知で異なるとき」（今年度も割愛）

あらためて第14章 検定　の内容

Ⅰ．検定
Ⅱ．母平均の検定
Ⅲ．母分散の検定　・・・割愛しました
Ⅳ．平均値の差の検定
Ⅴ．等分散の検定　・・・ここまで終わった
Ⅵ．比率の検定　・・・次ここ
Ⅶ．適合度の検定
Ⅷ．独立性の検定

[復習]　VI. 比率の検定（1）

[復習]「母集団比率に関する推測」とは

- ベルヌーイ母集団に関する推測.
  - 2項分布の応用.
  - ある程度大きな標本を扱うケースがほとんどなので，たいていは「2項分布の正規近似」を利用する.
- 「世論調査の類」. 支持率調査など，身近に興味深い例が多い.
  - 「統計的な理解を深めるよいチャンス

★推定と検定の考え方の違いに注意！

[復習]　VI. 比率の検定（2）

2項分布の正規近似RECALL

中心極限定理により，nが十分大きいとき，

B(n,p)はN(np, np(1−p))で近似できる．

∵ B(n,p)に従う確率変数は，B(1,p)(という同一の分布)に従う独立なn個の確率変数の和と見なせるから．

- 従って，標本比率P＝X/nの分布も，
  正規分布 N(p, p(1−p)/n) で近似できる．
- さらにPの標準化変数：

$$Z = (P-p) / \sqrt{p(1-p)/n}$$

は近似的に標準正規分布に従う．

- 分布が決まれば，以降の考え方は他のケースと同じ．

ただし・・・

[復習]　VI. 比率の検定（3）

【重要】母比率の推測における推定と検定の違い

以下母比率をp，標本比率P＝X/n の実現値をP_0とする．

- 推定を行う際は，

  Z=(P－p)／√(p(1－p)/n)の分母(Pの標準偏差)のpを近似値(推定値) P_0で置き換えて計算．

すなわち信頼度γ＝1－αの信頼区間は以下のようになった：

$$\left(P_0 - z(\alpha/2)\sqrt{P_0(1-P_0)/n},\ P_0 + z(\alpha/2)\sqrt{P_0(1-P_0)/n}\right)$$

  - ただし，誤差の最大値を見積もりたいときはp=0.5 を採用．

これに対し

- 検定の際は母比率pの値が帰無仮説で(もちろん厳密な値として)与えられるので，近似の必要がなく，上のような置き換えはまったく無意味！
  - Z=(P－p)／√(p(1－p)/n)に，標本比率P=P_0および帰無仮説で与えたp=p_0の値をそのまま代入して実現値を計算し，　棄却／採択を判定すればよい．
  - 仮説検定に対する理解の根本に関わる部分なので，

    ここを間違える人は合格させません！

[復習]　VI.　比率の検定（4）

比率の検定（まとめ）

（1）［両側検定］

帰無仮説 H_0: $p=p_0$，対立仮説 H_1: $p \neq p_0$

に対し，有意水準 α で検定する場合，

$$Z=(P-p_0)/\sqrt{p_0(1-p_0)/n}$$

とおくと，$|Z| \geqq z(\alpha/2)$ のとき棄却される．

（2）［（右）片側検定］

帰無仮説 H_0: $p=p_0$，対立仮説 H_1: $p>p_0$

に対し，有意水準 α で検定する場合，

$Z \geqq z(\alpha)$ のとき棄却される．

[復習]　【重要】教科書pp.123-124［例題９］

補習授業によって合格率が(全体の平均)75%より上がったかどうかを検定.

- 帰無仮説 H_0: $p = p_0 = 0.75$
- 対立仮説 H_1: $p > 0.75$ （下がることはないだろうから）
- 標本サイズn＝103, 標本比率93/103＝0.91.

検定統計量Zの実現値を求めると:

$Z=(P-p_0)/\sqrt{(p_0(1-p_0)/n)}$

$=(0.91-0.75)/\sqrt{((0.75\times(1-0.75))/103)}$

$=3.75$

$>z(0.05)=1.64$ →よって棄却(補習の効果はあった)

★Zの分母において, p_0に標本比率93/103＝0.91を代入するのは**絶対にやってはいけない**誤り！

【参考】補習を受けた学生の合格率の100(1−α)%信頼区間は:

$(0.91-z(\alpha/2)\sqrt{(0.91(1-0.91)/103)},\ 0.91+z(\alpha/2)\sqrt{(0.91(1-0.91)/103)})$

[復習]　（再）平成14年度試験問題より

2002年10月1日付けの朝日新聞記事によれば、最近5年間の日本棋院のプロ公式戦15000局において、黒盤勝率は51.86%であった。

（2）日本棋院は現行ルールでは先手が有利であるとしてルールの改正方針を決定した。この判断についてどう思うか。仮説検定の考えを用いて考察せよ。

★適当な有意水準（たとえば$\alpha=0.05$）を設定して検定問題を解いてみましょう.

現行ルール（当時）において先手の勝つ確率をpとすると:

帰無仮説: H_0 :$p=0.5$（現行ルールは公平）

対立仮説: H_1 :$p\neq0.5$（現行ルールは不公平）

（とりあえず両側検定とした→理由を考えよ）

[復習] 「メディカル・コメディカルの統計学」（共立出版）より

p.82**例題6.4**

ある都市で、全有権者の中から500人をランダムに選んで現内閣を支持するか否かを聞いたところ、330人が支持すると答えた。

（１）母比率pの９５％信頼区間を求めよ。

（２）前回調査時の支持率を７０％とするとき、今回の支持率は変化したといえるか、有意水準５％で検定せよ。

（★推定と両側検定の違いに注意！）

（３）前回までの支持率は７０％に安定していたが、今回は諸般の事情から支持率の低下が取りざたされていた。今回支持率は低下したといえるか、有意水準５％で検定せよ。

（４）標本を何人にしたら、標本比率Pと母比率pの差を２％以下に押さえることができるか。ただし信頼度は９５％とせよ。

［解答］

標本サイズ$n=500$，標本比率$p'=330/500=0.66$

（1）母比率pの95％信頼区間：

$$\left(p' - z(0.05/2)\sqrt{p'(1-p')/n},\ p' + z(0.05/2)\sqrt{p'(1-p')/n}\right)$$

$$=\left(0.66 - 1.96\sqrt{0.66(1-0.66)/500},\ 0.66 + 1.96\sqrt{0.66(1-0.66)/500}\right)$$

$$=\left(0.66 - 1.96\cdot 0.0212,\ 0.66 + 1.96\cdot 0.0212\right)=\underline{(0.618,\ 0.702)}$$

（2）帰無仮説H_0：$p=0.7$を有意水準5％で両側検定（H_1：$\neq 0.7$）：

$$Z=(p'-p)/\sqrt{p(1-p)/n}$$

$$=(0.66-0.7)/\sqrt{0.7(1-0.7)/500}$$

$$=-0.04/0.0205=-1.95>-1.96=-z(0.05/2)$$

よって棄却されない（支持率は変化したとは言えない）。

【注意】p'の採択域：

$$(0.7 - 1.96\cdot 0.0205,\ 0.7 + 1.96\cdot 0.0205)$$

［解答］続き

（3）帰無仮説H_0：$p=0.7$を有意水準5％で片側検定（H_1：＜0.7 ）：

$$Z=-1.95<-1.645=-z(0.05)$$

よって棄却される（支持率が下がったと言える）。

（4）母比率pと標本比率p’の差を信頼度95％において2％以内に抑えるために必要な標本サイズnの最小値を求める：

$$P\left(-z(0.05/2) \leqq (p'-p)/\sqrt{(p(1-p)/n)} \leqq z(0.05/2)\right) = 0.95$$

のカッコ内の不等式を変形することにより，「差」に相当する値は

「$z(0.05/2)\sqrt{(p(1-p)/n)}$」となる。よって

$$z(0.05/2)\sqrt{(p(1-p)/n)} \leqq 0.02$$

を解けばよいが、差の最大値を見積もるため、$p=0.5$を用いて

$$1.96\sqrt{(0.5(1-0.5)/n)} \leqq 0.02$$

$$\therefore\ n \geqq (1.96/0.02)^2 \cdot 0.5 \cdot 0.5 = 2401$$

（たまたま整数になるが、「1.96」は厳密な値ではないので注意が必要）

あらためて第14章　検定　の内容

Ⅰ．検定
Ⅱ．母平均の検定
Ⅲ．母分散の検定　・・・割愛しました
Ⅳ．平均値の差の検定
Ⅴ．等分散の検定
Ⅵ．比率の検定　・・・ここまで終わった
Ⅶ．適合度の検定　・・・次ここ
Ⅷ．独立性の検定

S. TOKUNAGA

第14章 Ⅶ. 適合度の検定 （１）

適合度検定とは:

- 「観測された度数が，ある特定の理論分布に適合しているか否かの検定」
- 「観察結果が，数量でなくて，いくつかのカテゴリーに分類され，その度数で示される場合」の検定問題（「メディカル・コメディカルの統計学」より）.
- 「理論分布に適合している」という仮説を検定.
  - 理論分布に基づいて期待度数（理論値）を算出し，観測度数（観測値）との食い違いの程度を評価.
- ある意味２項分布の一般化（多項分布）の問題.
  - 各カテゴリーごとに「入るか否か」を考えると2項分布の問題となる.
  - 適合度検定では（個々にではなく）全カテゴリーを一度に総括的に検定.
- ノンパラメトリック検定の一種。

第14章Ⅶ．適合度の検定　（２）

例：サイコロを60回投げて，それぞれの目の出た度数を調べたところ，以下の結果を得た．

出た目	1	2	3	4	5	6	計
度数	9	13	5	11	16	6	60

この目の出方は偏っているといえるか?

→「偏りはない」（理論分布＝「離散型一様分布」に従っている）という帰無仮説をたてて検定．

【注意】

- １つの目に限定して「確率1/6で出るかどうか」を検定するならⅥでやった「比率の検定」．
- ここではそうではなくて，６つの目の出方を一度に扱う．

S. TOKUNAGA

第14章Ⅶ．適合度の検定　（３）

χ^2分布（と呼ばれる既知の分布）を導入．

- 以下の定理を用いる：

定理

総度数nが十分大きいとき，カテゴリーの個数が k ならば

$\chi_0{}^2$＝Σ（（観測度数－期待度数）^{2} ／（期待度数））

（食い違い度）は近似的に自由度 k−1 の χ^2（カイ二乗）分布に従う．

【注意】

- 教科書では観測度数（観測値）をX_i，期待度数をm_iと置いている．
- （各カテゴリーの度数の和）＝（総度数）が制約式となるので，自由度は「（カテゴリー数）－１」．

- 有意水準 α のとき，$\chi_0{}^2$の実現値を，自由度 k−1 の χ^2分布の上側100 α％点　χ^2（ k−1，α ）　と比較．
  - 棄却域の取り方に注意！

S. TOKUNAGA

第14章Ⅶ. 適合度の検定　（4）

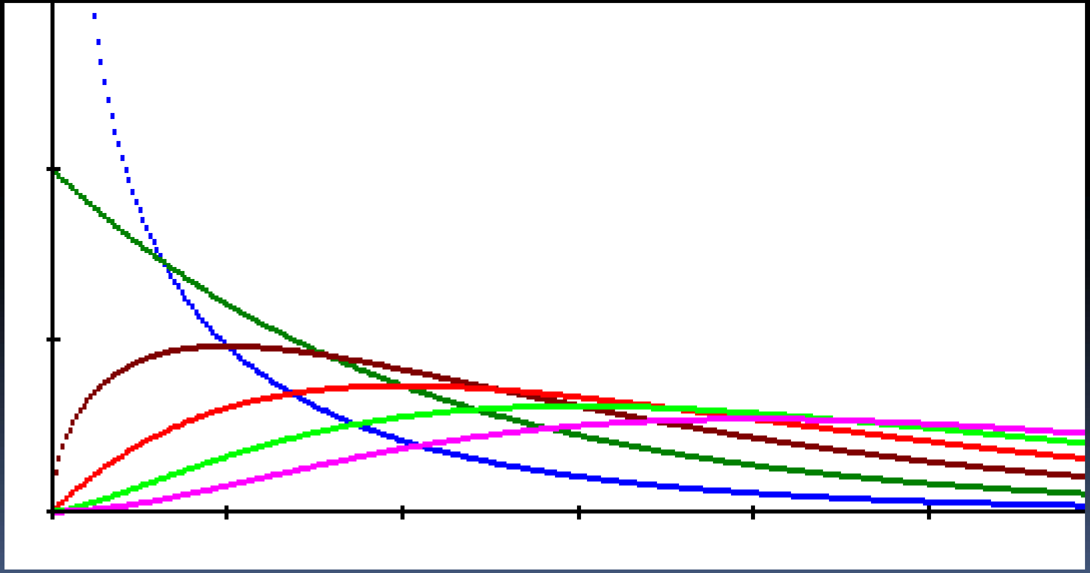
χ^2分布について（教科書p.99参照）：

- $Z_1, Z_2, \cdots, Z_k$ が独立かつN(0,1)に従うとき，

$$\chi^2 = Z_1^2 + Z_2^2 + \cdots + Z_k^2$$

は自由度kのχ^2分布に従う.

- グラフ（自由度n=1～6，作成は明星大学の船津好明先生）：



n=1,2では単調減少，n≧3ではnが増大するとピークが右へ移動

第14章Ⅶ．適合度の検定　（5）

先ほどのサイコロの例で検定問題を考えよう．

出た目	1	2	3	4	5	6	計
観測度数	9	13	5	11	16	6	60
期待度数	10	10	10	10	10	10	60

- 有意水準 $\alpha = 0.05$ とする．
- 理論分布＝離散型一様分布（各目の出る確率が等しい）．
- 帰無仮説 H_0：各目の出る確率がすべて1/6
  対立仮説 H_1：H_0 の否定
- カテゴリー数m＝6より食い違い度 χ_0^2 は自由度 6−1= 5の χ^2 分布に従う．
- χ_0^2 の 実現値＝$(9-10)^2/10+(13-10)^2/10+\cdots=8.8$ を自由度5の χ^2 分布の上側5%点 $\chi^2(5, 0.05)=11.1$ と比較（見掛け上片側検定）
  → 棄却されない（偏りがあるとは言えない）

【注意】

- 統計量の分布と棄却域の関係は既習のケースの片側検定の場合と同じ．
  （ただし分布の偏りに方向性を仮定しないという意味では両側検定）

第14章Ⅶ．適合度の検定　（６）

適合度検定の例もうひとつ：

以下のデータ(プロシャの10軍団×20年間で，１年間に馬に蹴られて死んだ兵士の数X)は**ポアソン分布**(教科書p.93参照)に適合しているか？

1年間の死亡者数	0	1	2	3	4	合計
軍団の数	109	65	22	3	1	200

注：ポアソン分布の公式 $P(X=x) = e^{-\lambda}\lambda^{x}/x!$ により確率が計算できるので，これに総度数をかけて期待度数が求められる．以下の手順は同様．

S. TOKUNAGA

あらためて第14章　検定　の内容

Ⅰ．検定
Ⅱ．母平均の検定
Ⅲ．母分散の検定　・・・割愛しました
Ⅳ．平均値の差の検定
Ⅴ．等分散の検定
Ⅵ．比率の検定
Ⅶ．適合度の検定　・・・ここまで終わった
Ⅷ．独立性の検定　・・・次ここ

第14章Ⅷ．独立性の検定 （１）

- 2種類の属性が独立であるかどうかの検定.
- 適合度検定と同じくχ^2分布を利用する.
- 手順
  1. 2種類の属性をもとに分割表(クロス表)を作成
  2. 「独立である」という仮説に基づいて，分割表の各セルに対応する期待度数を算出
  3. Ⅶ. で用いたのと類似の定理に基づいて仮説を検定.
     - 検定統計量＝「食い違い度」の計算は同様.
     - 自由度の算出の仕方が異なる.

第14章Ⅷ．独立性の検定（２）

独立性の検定の例（「メディカル・コメディカルの統計学」より）：

- 「瞳の色」と「頭髪の色」という2つの属性に関連があるかどうかを検定により調べる問題を考える．
  - 帰無仮説H_0：瞳の色と頭髪の色に関連はない（＝２つの属性が独立）
  - 対立仮説H_1：瞳の色と頭髪の色に関連がある（＝２つの属性が独立でない）
  - 有意水準は１％としておく．
- 瞳の色：3種類×頭髪の色：2 種類＝計6通りの組合せ．

3×2分割表（クロス表）：

瞳＼頭髪	金	ブルネット	計
青	27	13	40
緑	2	3	5
褐色	11	44	55
計	40	60	100

第14章Ⅷ. 独立性の検定 （３）

独立性の検定の例続き（期待度数の求め方）

「2つの属性A,Bが互いに独立」とは（教科書では定義が曖昧）:

属性A（例：瞳の色）に関する事象A_i（例：瞳が青） と

属性B（例：頭髪の色）に関する事象B_j（例：金髪である） が

常に独立であるということ（と考えるのが自然である！）

すなわち,

「$P(A_i \cap B_j) = P(A_i) \times P(B_j)$

がすべてのA_i, B_j の組合せについて成り立つ」

を「2つの属性 A, B が互いに独立」であることの定義とすべき.

- これをもとに期待度数を決定し. 適合度検定の手法を適用.
- ［瞳の色がA_iである］［頭髪の色がB_jである］の確率は, 分割表から得られる比率を**推定値として用いる**.

第14章Ⅷ．独立性の検定　（4）

独立性の検定の例続き（期待度数の計算）

たとえば・・・

- ［青い瞳の確率（推定値）］＝40/100,
- ［ブルネットの確率（推定値）］＝60/100

として，「青い瞳」と「ブルネットの頭髪」が独立なら

［青・ブルネットの確率］＝（40/100）×（60/100）＝0.24

と考える．

∴［青・ブルネットの期待度数］＝100×0.24＝24

瞳＼頭髪	金	ブルネット	計
青	27(16)	13(24)	40
緑	2(2)	3(3)	5
褐色	11(22)	44(33)	55
計	40	60	100

第14章Ⅷ．独立性の検定　（5）

一般の場合：

（「A_iかつB_j」の観察度数を X_{ij}，期待度数をY_{ij}とする）

$Y_{ij} = N \times P(A_i \cap B_j)$

$= N \times P(A_i) \times P(B_j)$　←ここで独立性を使った

$\fallingdotseq N \times (a_i / N) \times (b_j / N) = a_i b_j / N$

↑確率の推定値↑

$(a_i = \Sigma_j X_{ij} ,\ b_i = \Sigma_i X_{ij} ,\ N = \Sigma_i a_i = \Sigma_j b_i = \Sigma_i \Sigma_j X_{ij})$

A＼B	B_1	…	B_n	計
A_1	X_{11}	…	X_{1n}	a_1
…	…	…	…	…
A_m	X_{m1}	…	X_{mn}	a_m
計	b_1	…	b_n	N

第14章Ⅷ．独立性の検定　（６）

独立性の検定の例続き（独立性の検定の手続き1）

- 帰無仮説H_0：2つの属性が互いに独立
  - すなわち分割表の各セル（2つの属性の組み合わせで決まるカテゴリーに対応）に属する確率が，独立性の仮定に基づいて与えられる．
  - 対立仮説H_1：2つの属性が互いに独立でない
- 以下の定理を用いる：

定理 総度数nが十分大きいとき，r行c列の分割表における

$$\chi_0^2 = \Sigma((\text{観測度数}-\text{期待度数})^2/(\text{期待度数}))$$

（食い違い度）は近似的に自由度$(r-1)(c-1)$のχ^2（カイ二乗）分布に従う．

- 有意水準αのとき，χ_0^2の実現値を，自由度$(r-1)(c-1)$のχ^2分布の上側100α％点 $\chi^2((r-1)(c-1), \alpha)$ と比較．
  - 棄却域の取り方に注意！

第14章Ⅷ. 独立性の検定 （7）

独立性の検定の例続き（独立性の検定の手続き2）

（有意水準は1％としておいた）

統計量 $\chi_0^2 = (27-16)^2/16 + (13-24)^2/24 + \cdots + (44-33)^2/33 = 21.711$

（食い違い度）を自由度 $(3-1)(2-1) = 2$ の χ^2分布の上側1％点 $\chi^2(2, 0.01) = 9.21$と比較.

→有意水準1％で棄却される（瞳と頭髪の色は独立ではなく, 関連あり）.

瞳＼頭髪	金	ブルネット	計
青	27（16）	13（24）	40
緑	2（2）	3（3）	5
褐色	11（22）	44（33）	55
計	40	60	100

第14章Ⅷ．独立性の検定　（８）

独立性の検定に関する注意

一般に，期待度数が5未満のセルがあるときは，隣のセルと合併すべき，とされている．

- 「χ^2分布への近似を悪くしないための配慮」
- 特に期待度数が小さいときは，食い違い度に与える影響が大きい．

さきほどの例でやってみよう（青と緑を合併）

瞳＼頭髪	金	ブルネット	計
青または緑	27+2 （16+2）	13+3 （24+3）	40+5
褐色	11（22）	44（33）	55
計	40	60	100

第14章Ⅷ．独立性の検定　（９）

χ_0^2 ＝(29−18)^2/18 +(16−27)^2/27 +(11−22)^2/22+(44−33)^2/33 ＝18.2…

を自由度(2−1)(2−1)=1のχ^2分布の上側1％点 χ^2(1, 0.01)＝6.63と比較.

→やっぱり棄却，すなわち独立でない.

★ただし一般には合併により検定結果が変わる可能性があるので注意が必要.

★分割表が元々2×2の場合

- イエーツの補正(連続性補正の一種)
- フィッシャーの 直接法

→よく使われるので知っておくべきですが，試験範囲外とします

［再確認］第14章 検定　の内容

Ⅰ. 検定

Ⅱ. 母平均の検定

- 母分散既知の場合と未知の場合
- KEYWORDS: t分布, 自由度, etc…

Ⅲ. 母分散の検定　←割愛

Ⅳ. 平均値の差の検定

- KEYWORDS: t分布, 統合分散, etc…

Ⅴ. 等分散の検定

- KEYWORDS: F分布, 自由度対, etc…

Ⅵ. 比率の検定

- 推定との違いに注意！
- KEYWORDS: 正規近似, etc…

Ⅶ. 適合度の検定

- KEYWORDS: χ^2 分布, 観測度数（観測値）, 期待度数（理論値）, etc…

Ⅷ. 独立性の検定

- KEYWORDS: χ^2 分布, 分割表, etc…